



Rezumu Dixiplina Matemática Klase 9, Períodu 2

Rezumu Dixiplina Matemática

Klase 9, Períodu 2

Ekusaun no Inekusaun

1. Ekusaun primeiru grau ho inkognita rua

Lembra filafali

Ekusaun literal mak ekusaun ho inkognita liuhosi ida. Inkognita mós bolu variável no sempre representa ho letra. Entaun, sei iha letra liuhosi ida iha ekusaun nia laran.

Ezemplu : $2x + 2y = 20$

Iha ekusaun ida-ne'e, eziste inkognita rua representa ho letra x no y .

Ekusaun primeiru grau ho inkognita rua bele jeneraliza sai:

$$ax + by = c \quad a, b \text{ no } c \text{ pertense ba número réal.}$$

Solusaun hosi ekusaun ida-ne'e mak número pár ordenada, representa:

$$(x, y).$$

Hosi tipu ekusaun hanesan ne'e, iha possibilidade solusaun barak liu. (**Nota:** bainhira a no b la'ós nulu).

Ezemplu:

Rainaldo iha berlindus 12, hosi berlindus ne'e balu mak kór azúl no balu seluk kór mean.

Ita bele representa Rainaldo nia berlindus ne'e iha ekusaun, liuhosi representasaun:

$x \rightarrow$ número berlindus kór azúl.

$y \rightarrow$ número berlindus kór mean.

Situasaun problemática ne'e bele representa liuhusi ekusaun:

$$x + y = 12$$

Posível hodi hatene valór hosi variável ida bainhira variável ida seluk hatene.

Porezemplu:

- Se $x = 6$, entaun

$$6 + y = 12 \Leftrightarrow y = 12 - 6 \Leftrightarrow y = 6$$

; solusaun: $(x, y) = (6, 6)$

- Se $x = 2$, entaun $2 + y = 12 \Leftrightarrow y = 12 - 2 \Leftrightarrow y = 10$; solusaun: $(x, y) = (2, 10)$

Sei iha possibilidade solusaun barak liu. Entaun solusaun labele define pár ordenada ida loos de'it, signifika la permite determina número berlindus kór azúl no número berlindus kór mean.

Maibé, kualkér inkognita rua-ne'e hosi ekuasaun $x + y = 12$ bele isolada nu'udar membru hosi ekuasaun, sai:

- $x + y = 12 \Leftrightarrow y = 12 - x$. Ekuasaun rezolve iha orden y .
- $x + y = 12 \Leftrightarrow x = 12 - y$. Ekuasaun rezolve iha orden x .

Ezersísiu:

Konsidera ekuasaun $2a - b = 6$

Determina pár ordenadu (a, b) nu'udar solusaun se:

- $a = 4$

$$\text{Rezolusaun: } 2 \times 4 - b = 6 \Leftrightarrow 8 - b = 6 \Leftrightarrow -b = 6 - 8 \Leftrightarrow -b = -2 \Leftrightarrow b = 2 \quad (4, 2)$$

- $b = -6$

$$\text{Rezolusaun: } 2a - (-6) = 6 \Leftrightarrow 2a + 6 = 6 \Leftrightarrow 2a = 6 - 6 \Leftrightarrow 2a = 0 \Leftrightarrow a = 0 \quad (0, -6)$$

2. Sistema ekuasaun primeiru grau ho inkognita rua

Sistema ekuasaun kompostu hosi konjuntu ekuasaun ho inkognita liu hosi ida. Atu rezolve sistema ekuasaun, presiza hetan valór ne'ebé satisfas simultaneamente ekuasaun hotu.

Sistema ekuasaun hanaran primeiru grau, bainhira inkognita nia espoente maiór ne'ebé integra ekuasaun sira mak 1 no la eziste multiplikasaun entre inkognita sira-ne'e.

Ezemplu, se iha ekuasaun rua ho inkognita rua hanesan tuirmai:

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 3x - y = 20 \end{cases}$$

Rezolusaun ba sistema ida-ne'e mak determina solusaun komun ba ekuasaun rua ne'e.

Atu rezolve sistema ekuasaun ida-ne'e bele uza métodu oioin.

Tuirmai ita sei rezolve uza métodu subtitusaun.

1. Fó kada ekuasaun nia naran, atu hafasil identifikasaun.
2. Izola x iha ekuasaun dahuluk.
3. Substitui x ne'ebé izolada hosi ekuasaun dahuluk ba ekuasaun daruak. Hodi buka valór y .

Nota: Atu ladún gasta tempu barak atu hakerek ekuasaun ida-ne'ebé la halo operasaun ruma, bele hakerek de'it trasu ida

4. Substitui valór $y = 4$ ba ekuasaun dahuluk.

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + y = 12 \\ 3x - y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{l} Ek. da - 1 \\ Ek. da - 2 \end{array} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 - y \\ 3x - y = 20 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 - y \\ 3(12 - y) - y = 20 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\quad}{3(12 - y) - y = 20} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\quad}{36 - 3y - y = 20} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\quad}{-3y - y = 20 - 36} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\quad}{-4y = -16} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\quad}{y = \frac{-16}{-4}} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\quad}{y = 4} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 - 4 \\ y = 4 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

5. Solusaun ba sistema ne'e mak pár ordenadu (x, y) $C: S. = (8, 4)$

Interpretasaun gráfika hosi solusaun sistema ekuasaun

Ekuasaun literal primeiru grau ho inkógnita rua bele apresenta gráfika iha reta ida. Bele hakerek sistema ekuasaun ekivalente ho ekuasuan sira iha forma $y = ax + c$.

Mai apresenta ekuasaun rua iha leten ba gráfiku.

$$\begin{cases} x + y = 12 \dots \text{Ek da} - 1 \\ 3x - y = 20 \dots \text{Ek da} - 2 \end{cases}$$

Atu representa ekuasaun rua-ne'e iha referensiál kartesianu, tenke identifika pontu sira ba kada ekuasaun.

1. Foti ekuasaun dahuluk. Buka ninia pontu iha reta. Posivel hodi hatene valór hosi variável ida bainhira variável ida seluk hatene.

$$x + y = 12$$

- Se $x = 0$

$$0 + y = 12 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = 12$$

Pár ordenadu (x, y) mak $(0, 12)$

- Se $y = 0$

$$x + 0 = 12 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 12$$

Pár ordenadu (x, y) mak $(12, 0)$

2. Foti ekuasaun daruak. Buka ninia pontu iha reta. Posivel hodi hatene valór hosi variável ida bainhira variável ida seluk hatene.

$$3x - y = 20$$

- Se $x = 0$

$$3 \times 0 - y = 20$$

$$\Leftrightarrow 0 - y = 20$$

$$\Leftrightarrow -y = 20$$

$$\Leftrightarrow y = -20$$

Pár ordenadu (x, y) mak $(0, -20)$

- Se $y = 0$

$$3x - 0 = 20$$

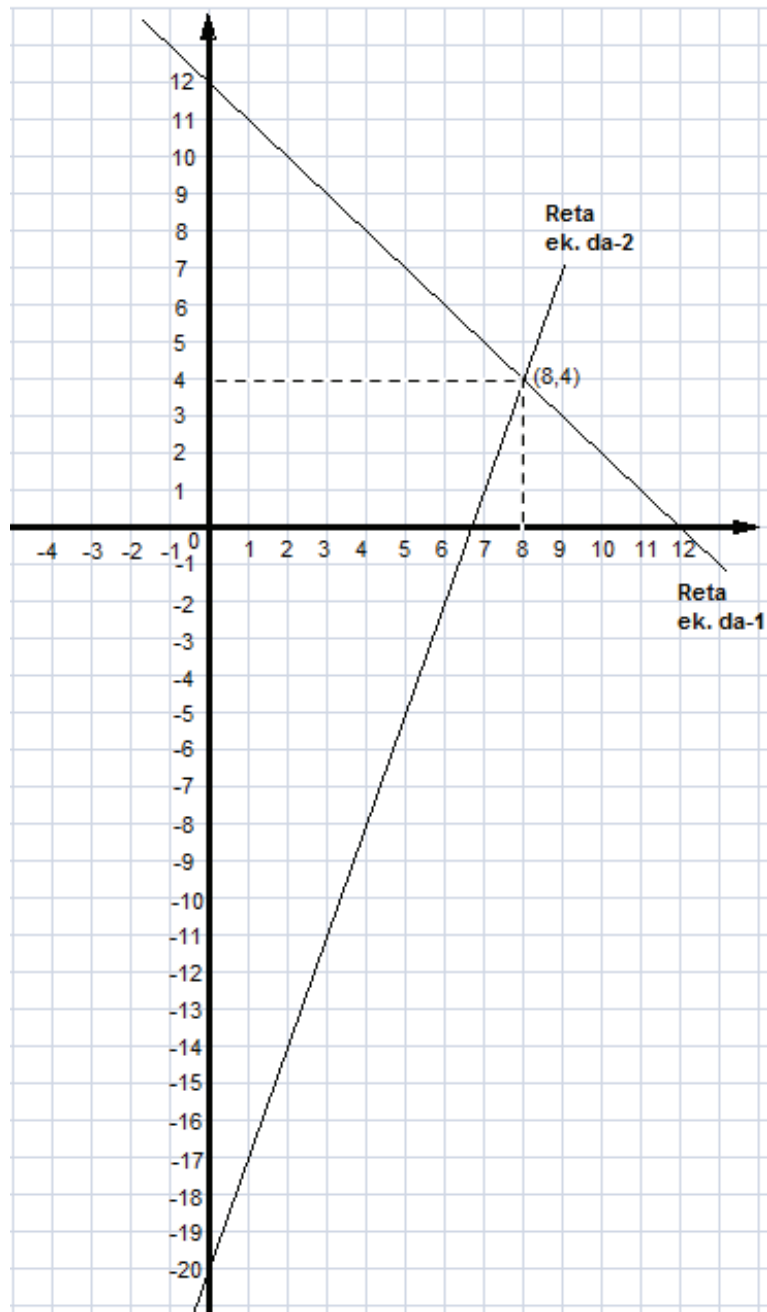
$$\Leftrightarrow 3x = 20$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{20}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 6\frac{2}{3}$$

Pár ordenadu (x, y) mak $(6\frac{2}{3}, 0)$

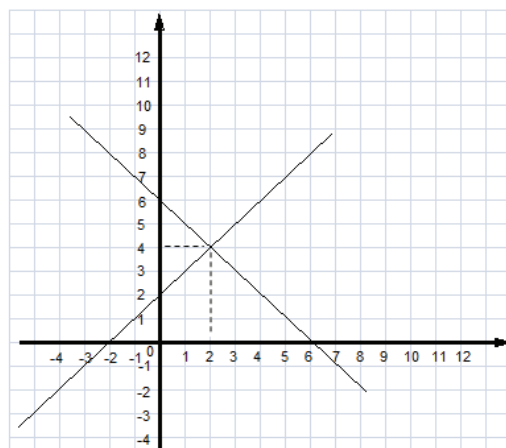
3. Apresenta ekuasaun rua-ne'e nia pár ordenada iha planu kartesiana. Reta rua-ne'e kruza malu iha pár ordenada $(8, 4)$, pontu úniku ne'ebé pertense ba reta rua-ne'e.



Nota: Pontu ida-ne'e hanesan ho solusaun sistema pár ordenada ne'ebé rezolve uza métodu subtitusaun.

Sistema bele klasifika bazeia ba reta rua iha planu:

- **Reta konkorrente** mak bainhira reta rua iha planu iha pontu komun ida de'it. Sistema ekuasaun ida-ne'e ho solusaun únika ne'ebé posivel no determinadu.



- **Reta estritamente paralela** mak bainhira reta rua iha planu laiha kualkér pontu komun ida. Sistema ekuasaun ida-ne'e laiha solusaun ne'ebé posivel.



- **Reta paralela koinsidente** mak bainhira reta rua iha planu iha pontu infinidade komun. Sistema ekuasaun ida-ne'e ho solusaun ne'ebé posivel no determinadu.



3. Inekuasaun primeiru grau ho inkognita ida

Inekuasaun mak dezigualidade aljébrika.

Iha inekuasaun iha membru rua ne'ebé separa ida ho ida seluk ho sinál $<$, $>$, \leq ka \geq . Atu rezolve inekuasaun, tenke halo tuir regra aljébra nian, maske iha regra balu ne'ebé foun.

Solusaun inekuasaun mak konjuntu valór hotu ne'ebé atribui inkognita no satisfás dezigualidade, signifika katak ne'ebé halo afirmasaun ne'ebé loos.

Se iha problema matemátika ruma iha liafuan hanesan: “menus duké”, “la liu hosi”, “maiór deké”, ‘pelumenus” ka “la menus hosi”, ida-ne'e hanesan indikasaun katak problema refere nu'udar modelu matemátika forma inekuasaun ho inkognita ida. Nune'e bele rezolve tuir pasu tuirmai:

1. Determina grandeza nu'udar inkognita iha problema refere.
2. Hakerek inekuasaun nu'udar modelu matemátika hosi problema refere.
3. Determina solusaun hosi modelu ne'e.
4. Interpreta solusaun ne'ebé hetan.

Haree situasaun tuirmai ne'ebé hatudu inekuasaun ida:

Tiu Manuel halai karreta ki'ik ida ne'ebé bele tula sasán labele liu hosi 500 kg. Tiu Manuel nia todan mak 60 kg. Nia atu tula sasán kaixa sira. Kada kaixa nia todan mak 20 kg.

- Determina número kaixa ne'ebé tiu Manuel bele tula kada viajen.
- Determina número kaixa másimu ne'ebé tiu Manuel bele tula kada viajen.
- Se tiu Manuel tenke tula kaixa 115, pelumenus dala hira mak tiu Manuel tenke halai atu bele tula kaixa hirak ne'e hotu?

Husi problema iha leten hetan modelu matemátika hanesan tuirmai:

- Se y mak número kaixa ne'ebé karreta bele tula bainhira halai dala ida.
- Kada kaixa nia todan mak $20y$ kg, entaun kaixa y ninia todan mak $20y$ kg.

- Totál todan halai dala ida mak kaixa nia todan mais tiu Manuel nia todan mak $20y + 60$.
- Karreta so bele tula sasán labele liu hosi 500 kg, entaun sei uza sinál “ \leq ”.
- Nune’e hosi informasaun hirak ne’e bele hetan modelu inekuasaun hanesan tuirmai:
 $20y + 60 \leq 500$

Mai ita rezolve pergunta dahuluk. Hosi inekusaun ida-ne’e, $20y + 60$ mak primeiru membru no 500 mak segundu membru. Se ita tau valór ruma iha y , bele hetan afirmasaun ne’ebé loos no sala. Valór sira hosi y ne’ebé halo afirmasaun loos mak nu’udar solusaun ba inekuasaun ne’e katak númeru kaixa ne’ebé posivel bele tula kada viajen.

- Se $y = 5$, entaun $20 \times 5 + 60 \leq 500 \Leftrightarrow 100 + 60 \leq 500 \Leftrightarrow 160 \leq 500$ Afirmaun loos
- Se $y = 10$, entaun $20 \times 10 + 60 \leq 500 \Leftrightarrow 200 + 60 \leq 500 \Leftrightarrow 260 \leq 500$ Afirmaun loos
- Se $y = 20$, entaun $20 \times 20 + 60 \leq 500 \Leftrightarrow 400 + 60 \leq 500 \Leftrightarrow 460 \leq 500$ Afirmaun loos
- Se $y = 25$, entaun $20 \times 25 + 60 \leq 500 \Leftrightarrow 500 + 60 \leq 500 \Leftrightarrow 560 \leq 500$ Afirmaun sala
- Se $y = 30$, entaun $20 \times 30 + 60 \leq 500 \Leftrightarrow 600 + 60 \leq 500 \Leftrightarrow 660 \leq 500$ Afirmaun sala

Hosi verifikasaun hirak iha leten, konklui katak 25 no 30 la’ós solusaun ba inekuasaun refere, maibé 5, 10 no 20 nu’udar solusaun.

Maneira ida-ne’e komplikadu tanba tenke koko númeru barak hodi hatene afirmasasaun ne’e loos ka lae.

a. Rezolusaun inekuasaun

Agora mai ita rezolve problema iha leten ho maneira seluk ne’ebé simples liu.

- Determina númeru kaixa ne’ebé tiu Manuel bele tula kada viajen.

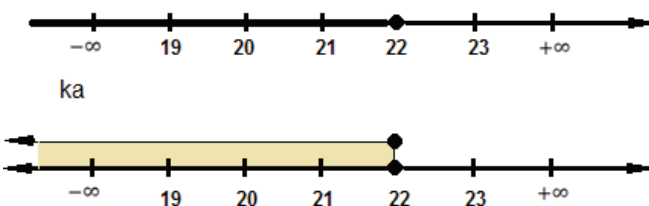
Determina númeru kaixa ne’ebé tiu Manuel bele tula kada viajen hanesan de’it ho determina y nia valór, mak rezolve inekuasaun refere.

Entaun,

$$\begin{aligned}20y + 60 &\leq 500 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 20y &\leq 500 - 60 \\ \Leftrightarrow 20y &\leq 440 \\ \Leftrightarrow y &\leq \frac{440}{20} \\ \Leftrightarrow y &\leq 22\end{aligned}$$

Tiu Manuel bele tula númeru kaixa ≤ 22 iha kada viajen.

Konjuntu solusaun bele reprezenta iha gráfiku no forma intervalu.



$$]-\infty, 22]$$

Intervalu nakloke iha parte karuk no naktaka iha parte loos.
Ninia membru mak númeru réal sira hotu ne'ebé menor ka iguál 22 (22 inklui)

- Determina númeru kaixa másimu ne'ebé tiu Manuel bele tula kada viajen.
Determina númeru kaixa másimu ne'ebé tiu Manuel bele tula kada viajen hanesan de'it ho determina y nia valór másimu.
Tanba solusaun mak $y \leq 22$, entaun hosi solusaun ida-ne'e y nia valór másimu mak 22. Nune'e kada viajen tiu Manuel bele tula másimu 22 kaixa.
- Se tiu Manuel tenke tula kaixa 115, pelumenus dala hira mak tiu Manuel tenke halai atu bele tula kaixa hirak ne'e hotu?
Atu tiu manuel bele tula kaixa sira ho viajen mínimu, entaun kada viajen tiu Manuel tenke tula kaixa másimu 22.
Entaun halo modelu matemátika hanesan tuirmai:
 - Se x mak númeru viajen.
 - Kada viajen tula kaixa 22, nune'e ba viajen x sei lori kaixa $22x$.
 - Sei tula kaixa, katak ba total viajen mínimu kaixa 115 tenke tula hotu, nune'e hetan modelu matemátika hanesan ne'e: $22x \geq 115$
 - Tuirmai, ita rezolve inekuasaun iha leten.

$$22x \geq 115 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{115}{22}$$

$$\Leftrightarrow x \geq 5,227$$

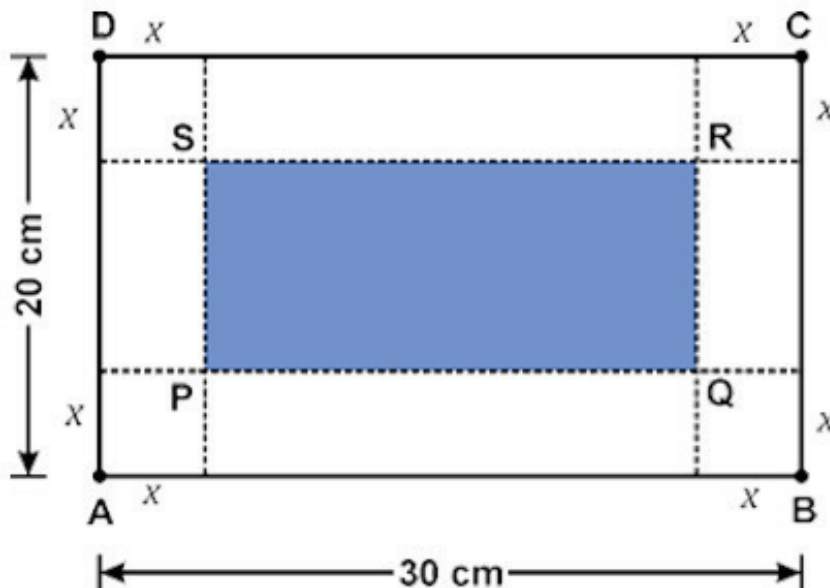
Hosi solusaun $x \geq 5,227$ no x mak númeru inteiru pozitivu tanba representa númeru viajen, entaun valór x mínimu mak 6.

Nune'e, pelumenus tenke hala'o viajen dala 6 hodi bele tula hotu kaixa 115 ne'e.

Ezersísiu:

1. Lily no Amélia sira-nia idade mak respetivamente $(5x-2)$ no $(2x+4)$. Se Lily nia idade liu hosi Amélia nia idade. Determina solusaun ba valór x .
2. Retángulu ABCD nia komprimentu no largura mak 30 cm no 20 cm. Kada ninin hosi retángulu ida-ne'e ko'a ho luan x cm, nune'e hatán retángulu foun PQRS.

Observa figura tuirmai.



Retángulu PQRS nia perímetru la liu hosi 52 cm. Determina solusaun ba medida x ne'ebé ko'a

4. Ekuasaun segundu grau ho inkognita ida

Ekuasaun segundu grau ho inkognita ida mak ekuasaun ida-ne'ebé representa iha forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad a, b \text{ no } c \in R; a \neq 0.$$

Ekuasaun segundu grau bele klasifika ba:

- Ekuasaun segundu grau inkompleta

- Se $a \neq 0; b \text{ no } c = 0$

$$ax^2 = 0$$

Ezemplu: $2x^2 = 0$

- Se $a \neq 0; b = 0 \text{ no } c \neq 0$

$$ax^2 + c = 0$$

Ezemplu: $-2x^2 + 8 = 0$

- Se $a \neq 0; b \neq 0 \text{ no } c = 0$

$$ax^2 + b = 0$$

Ezemplu: $-4x^2 + 16x = 0$

- Ekuasaun segundu grau kompleta

- Se $a, b \text{ no } c \neq 0$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Ezemplu: $x^2 + 5x + 6 = 0$

Lembra filafali

Lei anulamentu produktu mak produktu sei sai zero se fatór ida zero.

$$A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \vee B = 0$$

Lei anulamentu produktu permite ita hodi ekuasaun bainhira membru ida hosi ekuasaun ne'e nu'udár produktu no membru seluk mak zero.

Dekompozisaun polinómiu, lei anulamentu produktu no nosaun raiz kuadradu permite ita hodi rezolve tipu ekuasaun segundu grau.

Bainhira rezolve ekuasaun segundu grau ho inkognita sira signifika ita buka inkognita nia valór sira.

Mai haree ezemplu tuirmai:

$$\begin{aligned} & \bullet \quad 2x^2 = 0 \\ & \Leftrightarrow x^2 = \frac{0}{2} \\ & \Leftrightarrow x^2 = 0 \\ & \Leftrightarrow x = \sqrt{0} \\ & \Leftrightarrow x = 0 \end{aligned}$$

Solusaun: 0

$$\begin{aligned} & \bullet \quad -2x^2 + 8 = 0 \\ & \Leftrightarrow -2x^2 = -8 \\ & \Leftrightarrow x^2 = \frac{-8}{-2} \\ & \Leftrightarrow x^2 = 4 \\ & \Leftrightarrow x = \sqrt{4} \quad \vee \quad x = -\sqrt{4} \\ & \Leftrightarrow x = 2 \quad \vee \quad x = -2 \end{aligned}$$

Solusaun: 2 no - 2

$$\begin{aligned} & \bullet \quad -4x^2 + 16x = 0 \\ & \Leftrightarrow 4x(-x + 4) = 0 \\ & \Leftrightarrow \\ & 4x = 0 \quad \vee \quad -x + 4 = 0 \\ & \Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad x = 4 \end{aligned}$$

Solusaun: 0 no 4

Ezersísiu:

Meza ida ho forma retángulu ho komprimentu $16x$ cm no largura $10x$ cm.

Se meza ida-ne'e nia área mak 40 dm^2 , determina meza nia komprimentu no largura.

Hatene katak meza nia komprimentu (c) = $16x$, largura (l) = $10x$, área = \hat{A} .

a. Rezolusaun ekuasaun segundu grau kompleta

Oinsá rezolve ekuasaun tipu $ax^2 + bx + c = 0; a \neq 0$

1. Divide membru hotu (membru primeiru no membru segundu) ba termu segundu grau nia valór (valór a).

$$\begin{aligned} & ax^2 + bx + c = 0 \\ & \Leftrightarrow \frac{a}{a}x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \\ & \Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2x^2 + x - 1 = 0 \\ & \Leftrightarrow \frac{2}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0 \\ & \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

2. Adisiona ba membru rua-ne'e valór simétriku hosi termu independente (valór c).

$$\begin{aligned} & \Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \\ & \Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} - \frac{c}{a} = 0 - \frac{c}{a} \\ & \Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \end{aligned}$$

Nota: $+\frac{c}{a}$ nia valór simétriku mak $-\frac{c}{a}$.

$$\begin{aligned} & \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0 \\ & \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0 + \frac{1}{2} \\ & \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Nota: $-\frac{1}{2}$ nia valór simétriku mak $+\frac{1}{2}$.

3. Adisona ba membru rua-ne'e kuadrado hosi metade koefisiente x nian (valór b)

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

Nota: x nia koefisiente mak $\frac{b}{a}$, entaun kuadrado hosi metade $\frac{b}{a}$ nian mak: $\left(\frac{1}{2} \times \frac{b}{a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

Nota: x nia koefisiente mak $\frac{1}{2}$, entaun kuadrado hosi metade $\frac{1}{2}$ nian mak: $\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2$

4. Hakerek ekuasaun nia membru primeiru nu'udar kuadrado hosi binómiu (halo fatorizasaun no halo operasaun ba membru segundu.

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Nota: $x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1^2}{4^2}$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{16}$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{8}{16} + \frac{1}{16}$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

Nota: $x^2 + \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{4}\right)^2$

5. Tanba $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ mak númeru la'ós negativu, bele kalkula ninia raiz kuadrado, kalkulasaun mak hanesan tuirmai:

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

5. Tanba $\frac{9}{16}$ nu'udar valór pozitivu, bele kalkula ninia raiz kuadrado.

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{1}{4} = \pm \sqrt{\frac{9}{16}}$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{1}{4} = \pm \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad \vee \quad x + \frac{1}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \quad \vee \quad x = -\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{4} \quad \vee \quad x = -\frac{4}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \quad \vee \quad x = -1$$

Entaun, fórmula rezolvente ba ekuasaun segundu grau ($a \neq 0$) mak:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; b^2 - 4ac \geq 0$$

Espresaun $b^2 - 4ac$ hanaran **binómiu diskriminante** no bele representa ho Δ (lee: delta), ne'ebé mai husi letra grega, sai:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}; \Delta \geq 0$$

• Se $\Delta > 0$

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \vee x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

• Se $\Delta = 0$

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-b}{2a}$$

• Se $\Delta < 0$

Ekuasaun imposivel (laiha solusaun), tanba ekuasaun ne'e ekivalente ho:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2}$$

Ekuasaun ne'e nia membru primeiru maiór ka iguál 0, maibé $\frac{\Delta}{4a^2} < 0$ mak imposivel.

Ezersísiu:

1. Rezolve sistema ekuasaun tuirmai:

a.
$$\begin{cases} 2x - 3y = -6 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} a - \frac{b}{2} = 3 \\ a + b = 4 - 4a \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} x - (2 + 3y) = 0 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$$

2. Ana Maria tenke determina número rua ne'ebé sira-nia soma mak 36 no número rua nia diferença mak 6. Tradús Ana Maria nia problema ne'e liuhosi ekuasaun no rezolve atu hetan número rua-ne'e.

Jeometria iha planu

1. Sirkunferénsia

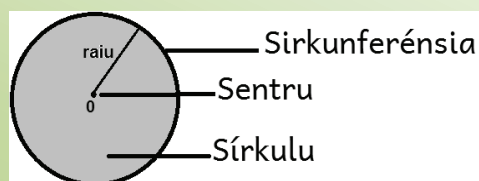
Lembra filafali

Sirkunferénsia mak konjuntu hosi pontu ne'ebé ho distánsia hanesan ba pontu ida ne'ebé metin ona, hanaran sentru sirkunferénsia.

Sentru sirkunferénsia mak pontu ida iha sirkunferénsia nia klaran no ninia distánsia sempre hanesan ba pontu sirkunferénsia hotu-hotu.

Distánsia hosi sentru sirkunferénsia ba kualkér pontu iha sirkunferénsia hanaran **raiu** (r).

Sírkulu mak espasu hotu-hotu iha sirkunferénsia nia laran.

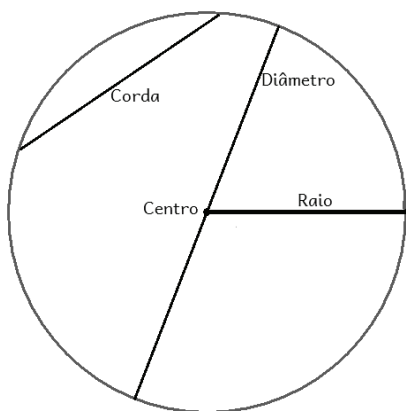


- Perímetru sirkunferénsia (r) = $2\pi r$

- Área sírkulu ho raiu r = πr^2

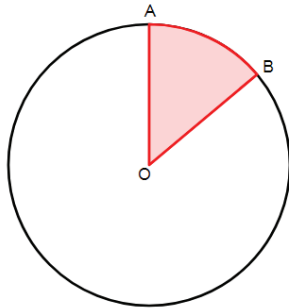
Sirkunferénsia nia parte sira mak:

1. **Sentru sirkunferénsia** mak pontu ida iha sirkunferénsia nia klaran.
2. **Raiu** mak distánsia hosi sentru sirkunferénsia ba kualkér pontu iha sirkunferénsia. Bainbain reprezenta raiu liuhosi segmentu reta ida husi sentru sirkunferénsia ba pontu ida husi sirkunferénsia ne'e.
3. **Korda** mak segmentu reta ne'ebé liga pontu rua iha sirkunferénsia.
4. **Diámetru** mak segmentu reta ne'ebé liga pontu rua iha sirkunferénsia ne'e liuhosi sentru sirkunferénsia nian. Diámetru mak komprimentu hosi liña ne'e.



a. Ángulu ba sentru

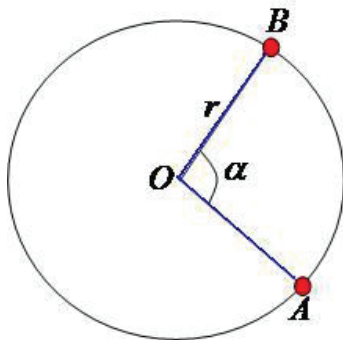
Ángulu ba sentru mak ángulu ne'ebé ninia vértise iha sirkunferénsia nian sentru no kada ladu kontein raiu hosi sirkunferénsia ida-ne'e.



Arku AB nia amplitude representa ho $\overset{\frown}{AB}$.

$$\angle AOB = \overset{\frown}{AB}$$

Iha sirkunferénsia, kada ángulu hosi sentru sirkunferénsia korresponde ho arku sirkunferénsia no kada arku sirkunferénsia korresponde ho ángulu ba sentru.



Sírkulu ida ho raiu r no setór sirkulár AOB ho amplitude α , iha:

- Komprimentu arku AB mak

$$\frac{2\pi r \alpha}{360^\circ}$$

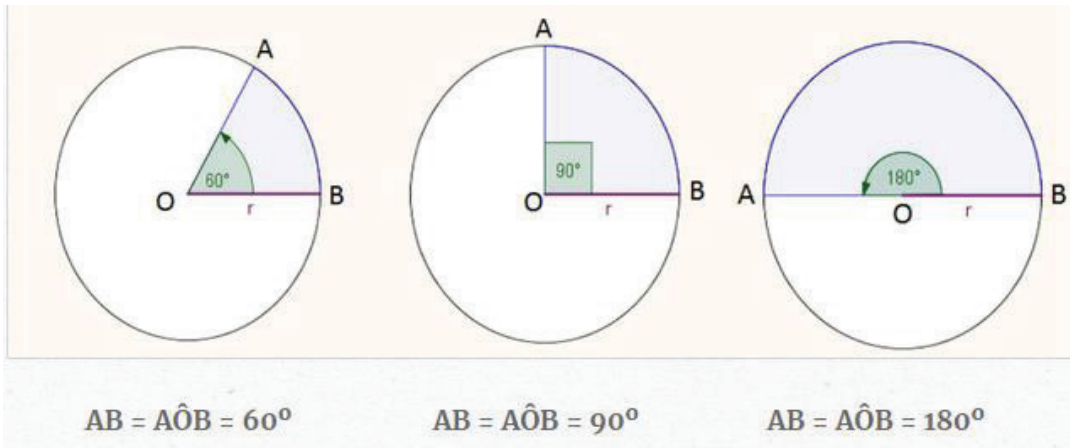
- Área setór sirkulár AOB mak

$$\frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ}$$

Amplitude hosi arku sirkunferénsia nian mak ángulu nia medida ho vértise iha sentru sirkunferénsia korresponde no definidu liuhosi estremu arku. Arku nia amplitude hanesan ho ángulu ba sentru ne'ebé korrespondente.

Se iha arku AB, amplitude arku AB representa ho $\overset{\frown}{AB}$. Ángulu ba sentru AOB korresponde ho arku $\overset{\frown}{AB}$.

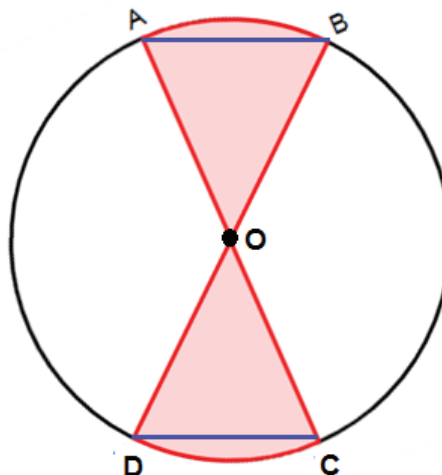
Ezemplu:



$$\widehat{AB} = \widehat{AOB}$$

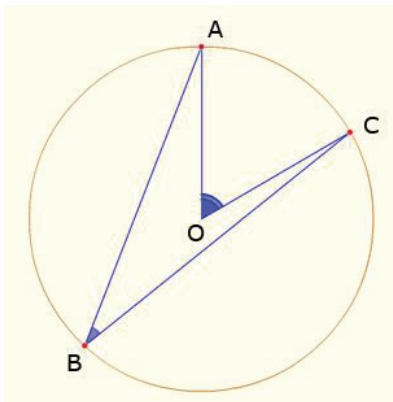
Iha sirkunferénsia ka iha sirkunferénsia kongruente sira:

- Korda kongruente sira korresponde ho arku no ángulu ba sentru kongruente sira.
Se $\overline{AB} = \overline{CD}$, entaun $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ no $\sphericalangle AOB = \sphericalangle COD$.
- Arku kongruente sira korresponde ho korda no ángulu ba sentru kongruente sira.
Se $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, entaun $\overline{AB} = \overline{CD}$ no $\sphericalangle AOB = \sphericalangle COD$.
- Ángulu ba sentru kongruente sira korresponde ho arku no korda kongruente sira.
Se $\sphericalangle AOB = \sphericalangle COD$, entaun $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ no $\overline{AB} = \overline{CD}$.



b. Ángulu inskritu

Ángulu inskritu iha sirkunferénsia mak kualkér ángulu ho vértise iha sirkunferénsia ne'e no ladu sira iha sirkunferénsia ne'e.

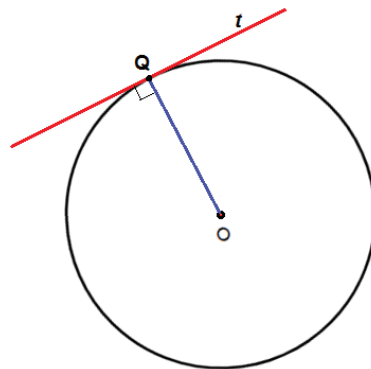


Hosi ezemplu iha sorin, $\angle ABC$ mak **ángulu inskritu** hosi sirkunferénsia ne'e no $\angle AOC$ mak **ángulu ba sentru**. Ángulu inskritu nia amplitude iguál metade hosi arku nia amplitude.

$$\angle ABC = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{\angle AOC}{2}$$

Reta tangente ba sirkunferénsia

Reta tangente ba sirkunferénsia mak reta ida ne'ebé iha pontu ida de'it ne'ebé komun ba sirkunferénsia ne'e. Reta tangente ba sirkunferénsia sempre perpendikulár ho sirkunferénsia nia raiu iha pontu refere. $t \perp OQ$



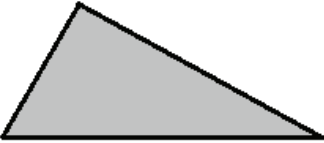
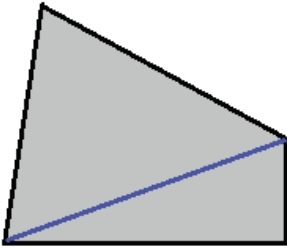
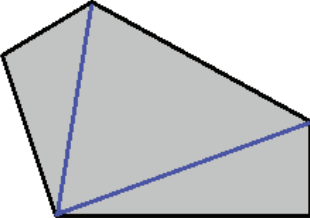
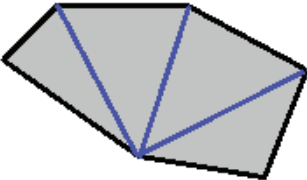
2. Polígonu

Lembra filafali

- Totál hosi triángulu ida nia ángulu internu sira mak 180° .
- Totál hosi kuadriláteru ida nia ángulu internu sira mak 360° .

Soma polígonu nia ángulu internu

Mai ita analiza polígonu ne'ebé ita aprende tiha ona no análise polígonu seluk.

Polígonu	Númeru ladu	Númeru triángulu	Soma hosi ángulu internu sira
 Triángulu	3	1	180°
 Kuadriláteru	4	2	$2 \times 180^\circ = 360^\circ$
 Pentágonu	5	3	$3 \times 180^\circ = 540^\circ$
 Ezágonu
.....
Polígonu ho ladu n	n	$n - 2$	$(n - 2) \times 180^\circ$

Entaun bele jeneraliza formula ida-ne'e, total hosi polígonu nia ángulu internu ho ladu n mak:

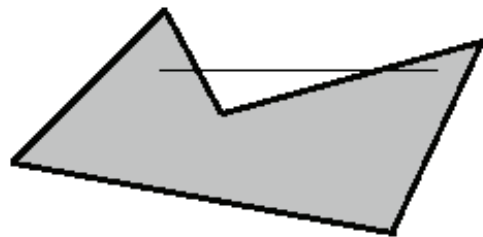
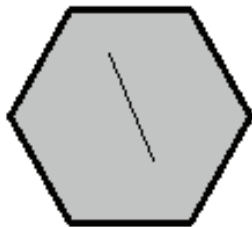
$$(n - 2) \times 180^\circ$$

Ezersísiu:

Kompleta koluna mamuk sira iha tabela leten.

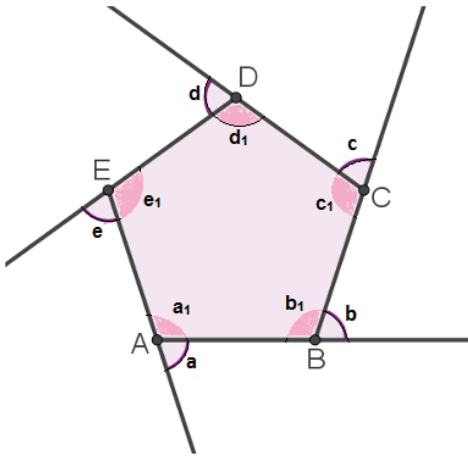
Bele karakteriza polígonu sira depende ba tipu segmentu reta ne'ebé mosu bainhira liga pontu sira iha polígonu nia laran:

- **Polígonu konveksu** bainhira segmentu reta kuálker ne'ebé liga pontu rua iha polígonu nia laran sei tama iha polígonu nia laran.
- **Polígonu kónkavu** bainhira segmentu reta ida ne'ebé liga pontu rua iha polígonu nia laran, maibé iha mós segmentu reta ne'ebé la tama iha polígonu nia laran.



Soma polígonu nia ángulu esternu

Soma polígonu konveksu nia ángulu esternu sira mak **360°**.



Iha pentágonu iha sorin, kada vértise iha ángulu internu no ángulu esternu ne'ebé tuituir malu no ángulu rua-ne'e sempre forma 180° .

- $a + a_1 = 180^\circ$.
- $b + b_1 = 180^\circ$.
- $c + c_1 = 180^\circ$.
- $d + d_1 = 180^\circ$.
- $e + e_1 = 180^\circ$.

$$(a + a_1) + (b + b_1) + (c + c_1) + (d + d_1) + (e + e_1) = 5 \times 180^\circ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a + b + c + d + e = 5 \times 180^\circ - \underbrace{(a_1 + b_1 + c_1 + d_1 + e_1)}_{(5 - 2) \times 180^\circ}$$

Nota: $(5 - 2) \times 180^\circ$ mai hosi formula $(n - 2) \times 180^\circ$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow a + b + c + d + e &= 5 \times 180^\circ - (5 - 2) \times 180^\circ \\ &= 5 \times 180^\circ - 3 \times 180^\circ \\ &= (5 - 3) \times 180^\circ \\ &= 2 \times 180^\circ \\ &= 360^\circ \end{aligned}$$

Ita bele jeneraliza, se iha polígono ida ho ladu n , soma hosi ángulu esternu mak:

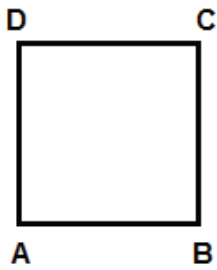
$$\begin{aligned} n \times 180^\circ - (n - 2) \times 180^\circ &= n \times 180^\circ - n \times 180^\circ + 2 \times 180^\circ \\ &= 2 \times 180^\circ \\ &= 360^\circ \end{aligned}$$

Entaun, soma hosi polígono konveksu nia ángulu esternu sira mak 360° .

Polígono regulár

Polígono regulár mak polígono ho ladu no ángulu sira-ne'ebé kongruente ba malu.

Ezemplu:



Kuadradu iha sorin:

- Ladu sira hotu nia komprimentu hanesan.

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$$

- Ángulu sira hotu nia amplitude hanesan.

$$\sphericalangle DAC = \sphericalangle ABC = \sphericalangle BCD = \sphericalangle CDA$$

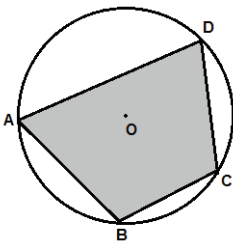
Polígono inskritu iha sirkunferénsia

Lembra filafali

Ángulu inskritu iha sirkunferénsia mak kualkér ángulu ho vértise iha sirkunferénsia ne'e no ladu sira iha sirkunferénsia ne'e.

Polígono inskritu iha sirkunferénsia mak polígono iha sirkunferénsia nia laran ho vértise hotu nu'udar sirkunferénsia nia pontu. Sirkunferénsia ne'e hanaran **sirkunskrita** ba polígono.

Ezemplu:



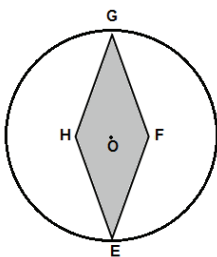
Polígono ABCD nu'udar polígono inskritu iha sirkunferénsia ho pontu origem O.

Polígono ABCD nia vértise sira mak pontu A, B, C no D.

Pontu hotu nu'udar sirkunferénsia nia pontu.

Maibé la'ós polígono hotu bele inskritu iha sirkunferénsia.

Ezemplu:



Polígono EFGH la'ós polígono inskritu iha sirkunferénsia ho pontu origem O. Polígono EFGH nia vértise rua de'it (pontu E no G) mak nu'udar sirkunferénsia nia pontu. Maibé pontu F no H la'ós sirkunferénsia nia pontu.

Polígono regulár hotu nu'udar polígono inskritu iha sirkunferénsia.

Polígono regulár ho ladu n ne'ebé inskritu iha sirkunferénsia fahe ba arku n ho amplitude hanesan, tanba iha sirkunferénsia ida korda sira korresponde ho arku sira. Korda sira hanesan no arku sira mós hanesan.

Ita hatene katak sirkunferénsia nia amplitude mak 360° .

Entaun, ángulu ba sentru nia amplitude korresponde ho polígono regulár o ladu n nia ladu, inskritu iha sirkunferénsia mak: $\frac{360^\circ}{n}$.

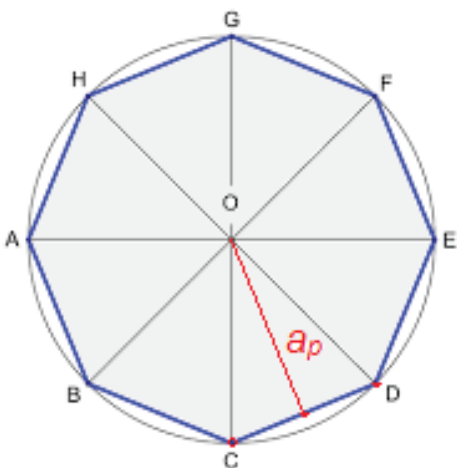
Polígono regulár nia área

Bainhira iha polígono ho ladu n inskritu iha sirkunferénsia, polígono nia sentru mak sirkunferénsia sirkunskrita nia sentru, depois dekompon polígono regulár refere sai triángulu ne'ebé formadu hosi sentru no vértise rua ne'ebé tuituir malu, sei hetan n triángulu isóseles ne'ebé kongruente.

Se l mak polígono nia ladu, entaun polígono nia perímetru mak:

$$P = n \times l$$

Iha triángulu isóseles hanesan produktu hosi dekompozisaun polígono regulár refere, eziste apótema. Polígono regulár nia **apótema** (a_p) mak segmentu reta ne'ebé junta perpendicularmente sentru sirkunferénsia ho pontu médiu ba kualkér ladu polígono nian.



- Polígono regulár ne'ebé hatudu iha sorin iha **ladu 8** ne'ebé inskritu iha sirkunferénsia.
- Polígono ne'e nia sentru mak sirkunferénsia sirkunskrita nia sentru iha **pontu O**.
- Polígono ne'e nia perímetru $= 8 \times l$
- Polígono refere bele dekompon, no hetan **triángulu isóseles 8** ne'ebé kongruente.
- a_p mak polígono refere nia **apótema**.

Área hosi kada triángulu mak:

$$A_{\text{triángulu}} = \frac{l \times a_p}{2}$$

Entaun, polígону nia área mak:

$$A_{\text{Polígону}} = n \times \frac{l \times a_p}{2} = n \times \frac{l}{2} \times a_p = \frac{n \times l}{2} \times a_p = \frac{P_{\text{Polígону}}}{2} \times a_p$$

Kualkér polígону regulár nia área mak produktu hosi **semi-perímetru** vezes **apótema**.

$$A_{\text{Polígону}} = \frac{P}{2} \times a_p$$

Ezersísiu:

Kompleta tabela tuirmai tuir dados ne'ebé fornese.

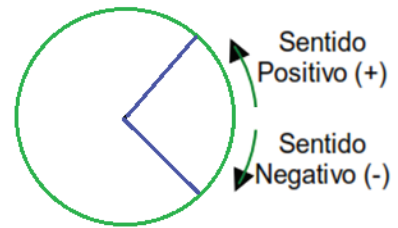
Polígону regular (inskritu iha sirkunferénsia)	Númeru ladu (n)	Triángulu isóseles	Komprimentu / Ladu (cm)	a_p (cm)	Perímetru $P = n \times l$ (cm)	Área $\frac{P}{2} \times a_p$ (cm ²)
Triángulu			4	3		
Kuadradu	4	4	5	4	$4 \times 5 = 20$	$\frac{20}{2} \times 4 = 40$
Pentagonál			6	5		
Ezagonál			7	6		
Eptagonál			8	7		

3. Rotasaun

Imajina roda ida. Bainhira roda ida dulas (halo movimentu), roda ne'e sei muda pozisaun. Movimentu ida-ne'e hanaran movimentu **rotasaun**.

Atu hatene rotasaun prezisa koñese kareterístiku tuirmai:

- Sentru rotasaun.
- Ángulu rotasaun, inklui sentidu pozitivu (anti-oráriu) ka negativu (oráriu). Sentidu pozitivu mak sentidu kontráriu ponteiru relójiu nian. No sentidu negativu mak sentidu ponteiru relójiu nian.



Rotasaun iha pontu *origem* O no ángulu α mak aplikasaun ho pontu O mak nu'udar pontu fiksi, no pontu sira seluk (pontu P) diferente ho pontu O, sai fali P'.

Entaun,

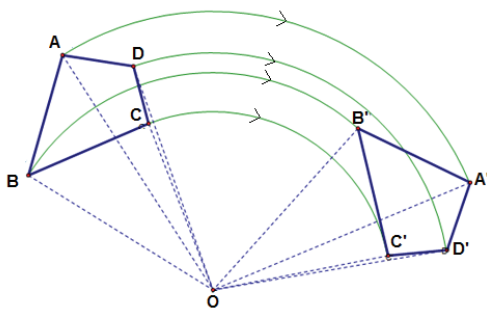
$$\overline{OP} = \overline{OP'}$$

Simbolikamente hakerek

$$R_{(O,\alpha)}$$

Haree figura tuirmai:

Polígono [A'B'C'D'] mak imajen hosi polígono [ABCD] liuhosi rotasaun iha sentru O no amplitude mak 100° .



$$R_{(O,100^\circ)}$$

Polígono rua ne'e jeométrikamente iguál.

$$OA = OA'$$

$$OB = OB'$$

$$OC = OC'$$

$$OD = OD'$$

$$\sphericalangle AOA' = \sphericalangle BOB' = \sphericalangle COC' = \sphericalangle DOD' = \alpha = 100^\circ$$

Atividade:

- Dezeña triángulu ida.
- Marka pontu O nu'udar pontu *Origem*.
- Dezeña triángulu ne'e nia imajen, ho rotasaun $R_{(O,60^\circ)}$.
- Dezeña triángulu ne'e nia imajen, ho rotasaun $R_{(O,-80^\circ)}$.

4. Trigonometria

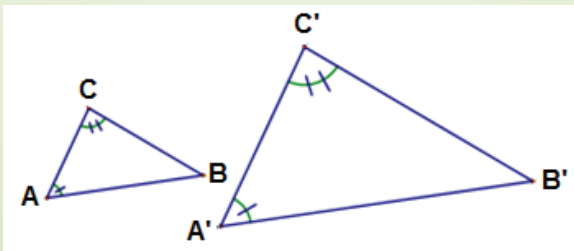
a. Razaun trigonométrica ángulu agudu

Lembra filafali

Triángulu semellante nia kritériu mak:

- Kritériu AA (Ángulu – Ángulu): se triángulu sira nia ángulu internu rua hanesan, entaun triángulu hirak-ne'e semellante, maske pozisaun no tamañu lahanesan.

Ezemplu:



$$\sphericalangle A = \sphericalangle A'$$

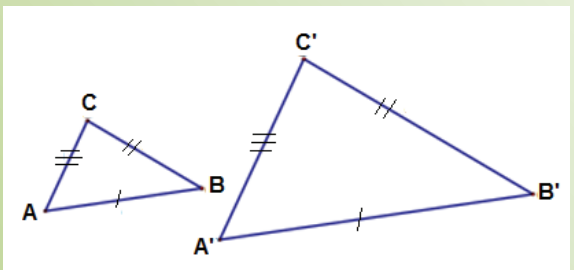
$$\sphericalangle C = \sphericalangle C'$$

Nune'e bele dehan triángulu ABC semellante ho triángulu A'B'C', bele hakerek sai:

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'.$$

- Kritériu LLL (Ladu – Ladu – Ladu): se triángulu ida iha ladu tolu ne'ebé proporsionál ho triángulu seluk nia ladu sira, entaun triángulu hirak-ne'e semellante, maske pozisaun no tamañu la hanesan.

Ezemplu:



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

Nune'e bele dehan triángulu ABC semellante ho triángulu A'B'C', bele hakerek sai:

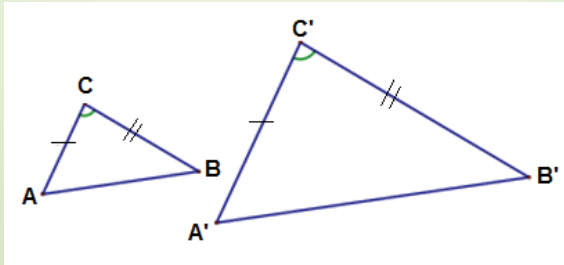
$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'.$$

- Kritériu LAL (Ladu – Ángulu – Ladu): se triángulu sira iha ladu rua ne'ebé proporsionál no ángulu internu ida ne'ebé hanesan, entaun triángulu hirak-ne'e semellante, maske pozisaun no tamañu la hanesan.

Ezemplu:

$$\sphericalangle C = \sphericalangle C'$$

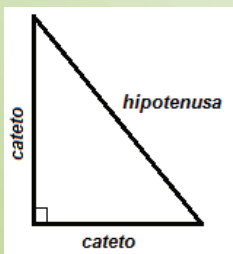
$$\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$



Nune'e bele dehan triángulu ABC semellante ho triángulu A'B'C', bele hakerek sai:

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'.$$

Teorema Pitágoras



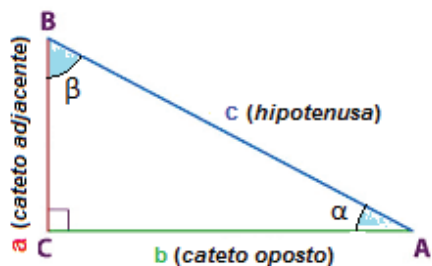
a no b mak triángulu nia ladu seluk hanaran **cateto** ne'ebé forma ángulu retu (90°) c nu'udar ipotenusa, mak ladu ne'ebé naruk liu duké ladu rua seluk

Teorema Pitágoras uza triángulu retángulu, no fó relasaun entre ninia ladu sira:

Ladu **ipotenusa** nia kuadradu iguál ho soma hosi ladu rua seluk nia kuadradu.

Ho formula matemátika mak:

$$c^2 = a^2 + b^2.$$



$$\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto}^2 + \text{cateto}^2$$

Se ladu nia komprimentu reprezenta ho a , b no c , no ángulu agudu reprezenta ho α no β .

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Ba kualkér triángulu retángulu ho α nu'udar ángulu agudu, independente hosi ninia ladu sira nia komprimentu mak konstante ba razaun entre:

- *Cateto oposto* ba ángulu α no *hipotenusa*.
- *Cateto adjacente* ba ángulu α no *hipotenusa*.
- *Cateto oposto* ba ángulu α no *Cateto adjacente* ba ángulu α .

Iha relasaun ho vértise A (amplitude α), bele konsidera razaun trigonométrica tuirmai:

- **Seno α** mak razaun entre *cateto oposto* nia komprimentu ba ángulu α nian no *hipotenusa* nia komprimentu. Reprezenta ho **sin α** .

$$\sin \alpha = \frac{\text{cateto oposto } \alpha \text{ nian}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

- **Cosseno α** mak razaun entre *cateto adjacente* nia komprimentu ba ángulu α nian no *hipotenusa* nia komprimentu. Reprezenta ho **cos α** .

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adjacente } \alpha \text{ nian}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

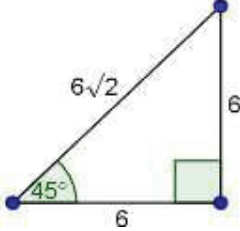
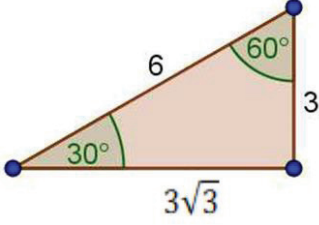
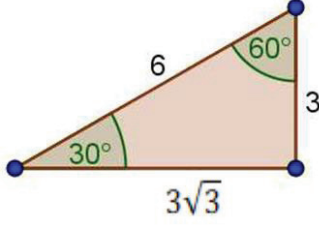
- **Tangente α** mak razaun entre *Cateto oposto* ba ángulu α nian no *Cateto adjacente* ba ángulu α nian. Reprezenta ho **tg α** (ka **tan α**).

$$\tan \alpha = \frac{\text{cateto oposto } \alpha \text{ nian}}{\text{cateto adjacente } \alpha \text{ nian}} = \frac{a}{b}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

Kálkulu razaun trigonométriكا

Hodi hetan valór sira, ita bele uza kalkuladora sientífiku nian. Maske iha ángulu espesial nia valór (30° , 45° no 60°) ne'ebé bele prova, liuhosi determinasaun *hipotenusa* no *cateto* sira nia komprimentu.

Ángulu 45°	Ángulu 30°	Ángulu 60°
		
<p>Forma ángulu 45° hanesan hatudu iha leten no kalkulasaun valór tuirmai:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\sin 45^\circ = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ Entaun, $\sin 45^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ • $\cos 45^\circ = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ Entaun, $\cos 45^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ • $\tan 45^\circ = \frac{6}{6} = 1$ Entaun, $\tan 45^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ 	<p>Forma ángulu 30° hanesan hatudu iha leten no kalkulasaun valór tuirmai:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\sin 30^\circ = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ Entaun, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ • $\cos 30^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ Entaun, $\cos 30^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ • $\tan 30^\circ = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ Entaun, $\tan 30^\circ = \frac{1}{3}\sqrt{3}$ 	<p>Forma ángulu 60° hanesan hatudu iha leten no kalkulasaun valór tuirmai:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ Entaun, $\sin 60^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ • $\cos 60^\circ = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ Entaun, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ • $\tan 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$ Entaun, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

b. Relasaun entre razaun trigonométriكا

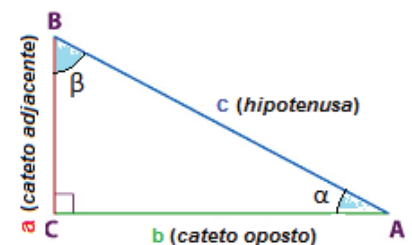
Relasaun entre *tangente*, *seno* no *cosseno* α

Razaun trigonométriكا α mak:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \Leftrightarrow a = c \times \sin \alpha \quad \text{no} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \Leftrightarrow b = c \times \cos \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} \Leftrightarrow \tan \alpha = \frac{c \times \sin \alpha}{c \times \cos \alpha}$$

Entaun, $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$



Relasaun fundamentál trigonometria

Mai ita aplika teorema Pitágoras.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Bazeia ba formula iha leten,

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \Leftrightarrow a = c \times \sin \alpha \quad \text{no} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \Leftrightarrow b = c \times \cos \alpha$$

Ita substitui ba formula teorema Pitágoras nian.

$$c^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow c^2 = (c \times \sin \alpha)^2 + (c \times \cos \alpha)^2$$

$$\Leftrightarrow c^2 = (c \sin \alpha)^2 + (c \cos \alpha)^2$$

$$\Leftrightarrow c^2 = c^2(\sin \alpha)^2 + c^2(\cos \alpha)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{c^2}{c^2} = \frac{c^2(\sin \alpha)^2}{c^2} + \frac{c^2(\cos \alpha)^2}{c^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{c^2}{c^2} = \frac{c^2(\sin \alpha)^2}{c^2} + \frac{c^2(\cos \alpha)^2}{c^2}$$

$$\Leftrightarrow 1 = (\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2$$

$$\Leftrightarrow 1 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Relasaun fundamentál trigonometria mak $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Ezersísiu:

Determina ángulu a, b, c no d nia amplitude hosi figura tuirmai.

